

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

PRESENTACIÓN

La Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, del Ministerio de Educación, encargada de velar y ejecutar los procesos de evaluación e investigación, para asegurar la calidad educativa, pone en sus manos esta publicación, que espera sea de utilidad a los docentes del área curricular de Matemáticas, del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica, como un instrumento para reflexionar en torno a los resultados de las evaluaciones aplicadas en el año 2009

OBJETIVOS

- Analizar desde los procesos cognitivos los errores más comunes en la resolución de los ítems de las pruebas de Matemáticas, aplicadas a los estudiantes de tercer grado del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica.
- Sugerir a los docentes actividades de enseñanza-aprendizaje que coadyuven al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes.

¿Cómo usar este documento?

Para conseguir el objetivo de aprender del error, el presente documento se ha estructurado en tres apartados que se espera sean útiles para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica.

En primer lugar se ofrece una cápsula informativa, acerca de la teoría que sustenta aprendizaje de la semejanza de triángulos. A continuación, se presenta un ítem clonado de la prueba de matemáticas que resuelven los estudiantes de tercero básico en las evaluaciones nacionales que aplica la DIGEDUCA, con la finalidad que el docente ubique el contenido dentro de lo que establece el Currículo Nacional Base –CNB–, la destreza matemática que el estudiante adquiere y el porcentaje de ítems que fueron resueltos correctamente a nivel nacional.

En el apartado Análisis del error, se explican las posibles causas que llevaron a los estudiantes a seleccionar una opción incorrecta. Aquí radica la razón del título de esta publicación, se espera que los docentes utilicen este análisis para identificar las posibles deficiencias y promover estrategias para fortalecer los aprendizajes. Como complemento del análisis del error, se brindan algunas sugerencias para mejorar los aprendizajes, que desde luego no quedan agotadas en este bifoliar. Finalmente se refiere una lista de referencias bibliográficas que pueden ser consultadas para completar la información aquí incluida.

La DIGEDUCA espera con esta publicación, hacer un aporte que favorezca la calidad educativa de la enseñanza en nuestro país.

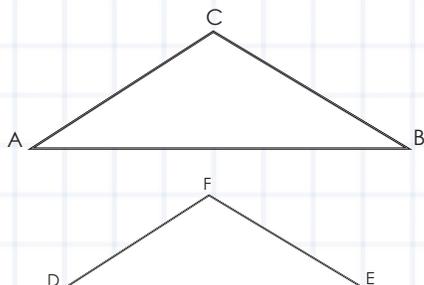




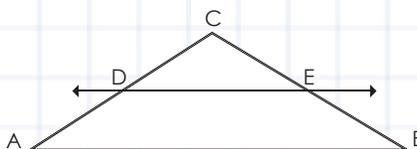
SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Un triángulo es una figura geométrica plana que está formada por tres líneas rectas. Tiene la característica que posee tres ángulos internos que suman 180° . Decimos que dos triángulos son semejantes si se pueden establecer proporcionalidades entre sus lados. Por ejemplo, los triángulos ABC Y DEF son semejantes si:

1. Sus lados homólogos son proporcionales. $AB:DE = AC:DF = BC:EF$
2. Sus ángulos correspondientes miden igual $\sphericalangle A = \sphericalangle D, \sphericalangle B = \sphericalangle E, \sphericalangle C = \sphericalangle F$



Si se divide un triángulo con una recta paralela a un lado, se construyen triángulos semejantes. Por ejemplo, para el triángulo cortado por la recta que pasa por D y E que es paralela al lado AB se da la semejanza entre el triángulo ABC y el triángulo DEC de tal forma que se puede demostrar que sus lados homólogos son proporcionales y sus ángulos iguales.

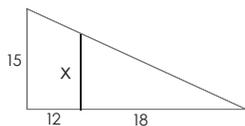


Análisis del ítem

Al incluir ítems de semejanza de triángulos se espera que el estudiante evidencie que utiliza correctamente el cálculo matemático para encontrar el dato que se le solicita.

¿Cuál es el valor de x?

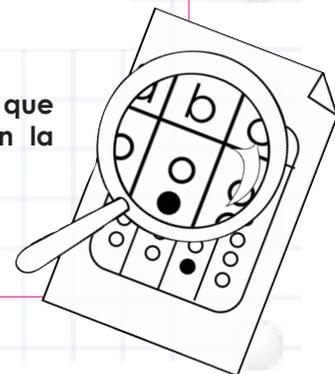
- a) 2
- b) 6
- c) $\sqrt{1125}$
- d) 10



Descripción del ítem

Competencia del CNB	1
Destreza evaluada	Cálculo matemático
Demanda cognitiva	Análisis
Opción correcta	a
Respuestas correctas	16.56 %

La demanda cognitiva de este ítem, ubicada en Análisis, **requiere del estudiante que identifique similitudes, diferencias y las relaciones importantes que se forman en la semejanza de dos figuras geométricas,**



Previo a las resolución de problemas que involucren semejanza de triángulos es necesario fortalecer los siguientes temas:

1. Clasificación de los triángulos por la medida de sus lados y de sus ángulos
2. Proporciones geométricas
3. Ecuaciones lineales.

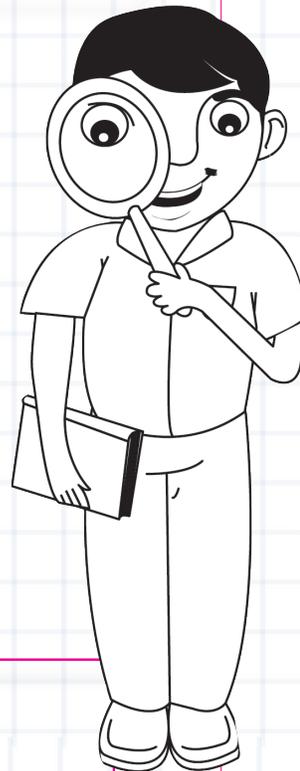
Análisis del error

El ítem consiste en un triángulo rectángulo con catetos de 15 unidades y 30 unidades, se traza una línea recta paralela al cateto de 15 unidades y se forma el triángulo rectángulo semejante con catetos de x unidades y 18 unidades. Para determinar el valor de x se escribe la siguiente igualdad por la semejanza de triángulos:

$$\frac{15}{30} = \frac{x}{18} \therefore (15)(18) = 30x \quad y \quad x = \frac{270}{30} = 9,$$

Los posibles errores cometidos por los estudiantes son los siguientes:
Si el estudiante eligió la opción...

- b. No tiene conocimiento de la semejanza de triángulos y resuelve que el valor del lado x es la diferencia $18 - 12$ y obtiene como respuesta 6.
- c. Identifica un triángulo rectángulo y aplica el teorema de Pitágoras determinando la hipotenusa del triángulo mayor obteniendo $\sqrt{30^2 + 15^2} = \sqrt{1125}$, este resultado es mayor que 15 de tal forma que se concluye que no relaciona la diferencia de tamaño entre 15 y el lado desconocido x .
- d. No comprende la semejanza de triángulos debido a que escribe las proporciones de forma incorrecta estableciendo la relación: $18 : 12 = 15 : x$, y resuelve que $(12)(15) = 18x$ de donde obtiene que el valor de x es $180/18 = 10$



En conclusión, los errores evidencian que los estudiantes no tienen conocimiento de la semejanza de triángulos y las proporciones geométricas.

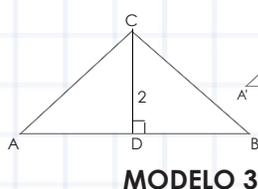
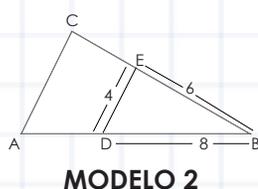
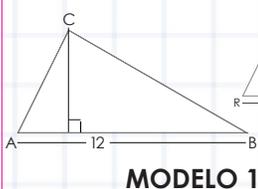
En el CNB la **competencia 1** expresa que el estudiante "Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.". Para ello, se propone como **indicador de logro** "la resolución de problemas que involucren cálculo de medidas y aplicación de propiedades de figuras planas y cuerpos sólidos". Los contenidos declarativos que permitirán desarrollar la competencia prevista son: Medidas relacionadas con figuras planas y cuerpos sólidos. Círculo y segmentos asociados. Tipos de ángulos en el círculo. Tipos de cuerpos sólidos. Propiedades y características de los cuerpos sólidos.

Curriculum Nacional Base. Nivel de Educación Media, Ciclo Básico, Tercer Grado. (2010), p. 49.



Sugerencias de estrategias de aprendizaje

1. Seleccione 3 triángulos como mínimo para que los estudiantes los dibujen en hojas papel bond
 - a. Con la ayuda de una regla y transportador midan los lados y ángulos respectivos a cada triángulo.
 - b. Tracen una recta paralela a uno de los lados del triángulo y midan los lados y ángulos respectivos del nuevo triángulo formado.
 - c. Elaboren una copia del triángulo formado
 - d. Seleccionen uno de los lados de cualquiera de los triángulos formados y representen la proporción que permite establecer la semejanza de los lados homólogos elegidos. Los siguientes modelos le servirán de guía:

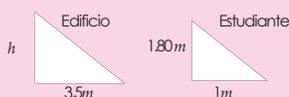


2. Elabore una hoja de ejercicios de 8 problemas que involucren semejanza de triángulos. Son comunes los problemas que involucran sombras proyectadas por el Sol, altura de arboles, edificios adyacentes, profundidad de una piscina entre otros. Divida la hoja en dos partes iguales, en el lado izquierdo escriba el problema elegido y la solución sin especificar detalles y en el espacio del lado derecho indique al estudiante que debe crear un problema similar escribiendo el problema y la solución del mismo. El siguiente ejemplo le sirve de guía:

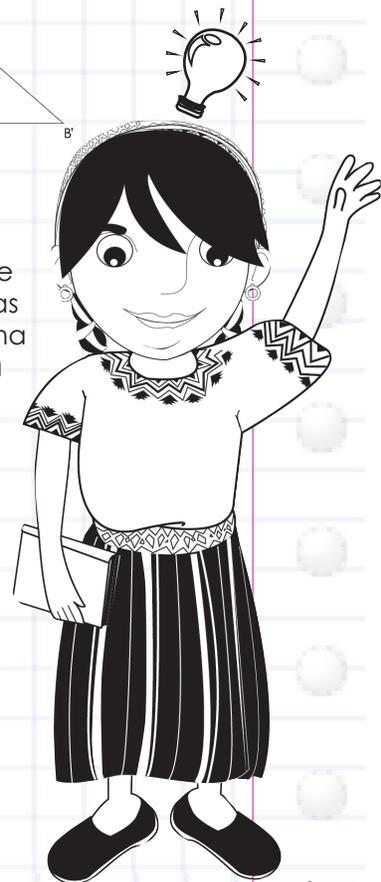
Problema propuesto por el maestro

Para calcular la altura h de una casa consideré la sombra de 3.5m que proyecta en un día soleado y también la sombra de 1 m proyectada, en ese mismo instante, por un estudiante que mide 1.87 m. Al resolver obtuve que la altura h de la casa es:

$$\frac{h}{3.5} = \frac{1.80}{1} \therefore h = (1.8)(3.5) = 6.3m$$



Problema propuesto por el alumno



DIGEDUCA giz
Ministerio de Educación
Guatemala, C.A.

Documentos consultados

Baldor, A. (1997). Geometría plana y del espacio y Trigonometría. Publicaciones Cultural, S.A. de C.V. México D.F.
Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia. Matemáticas. Semejanza. Pág. 89 - 112. Documento recuperado el 8 de junio de 2012. Disponible en: <http://recursositc.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicas8/semejanza/impresos/quincena6.pdf>
Matemáticas. 4º ESO. Semejanza de triángulos. Tema 6. Documento recuperado el 8 de junio de 2012. Disponible en: http://www.alcaste.com/departamentos/matematicas/secundaria/Cuarto/06_Semejanza/Ejercicios_resueltos.pdf

Ministerio de Educación de Guatemala
Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa.
©DIGEDUCA 2012 todos los derechos reservados
Se permite la reproducción de este documento total o parcial, siempre que se cite la fuente y no se alteren los contenidos y que la reproducción sea con fines didácticos y no con fines de lucro.
Para efectos de auditoría, este material es desechable.
Disponible en red: www.mineduc.gob.gt/digeduca
Impreso en Guatemala
divulgación_digeduca@mineduc.gob.gt
Guatemala, 2012

La edición, revisión y diagramación de esta publicación ha sido posible gracias al apoyo técnico y financiero del Programa de Apoyo a la Calidad Educativa, PACE/giz. Como parte de la Cooperación Alemana para el Desarrollo, PACE ejecuta fondos provenientes del Ministerio de Cooperación Económica y Desarrollo (BMZ). Las opiniones expresadas no reflejan necesariamente los puntos de vista de GIZ.
Editor: Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit – GIZ GmbH 65760 Eschborn.
www.pace.org.gt